豆沙糕
码龄3年

16	44	92	27	9万+
原创	粉丝	获赞	评论	访问
503	158	8万+	15万+	
积分	收藏	周排名	总排名	等级

勤写标兵Lv1

授予每个自然周发布1篇到3篇原创IT博文的用户。本勋章将于次周周三上午根据用户上周的博文发布情况由系统自动颁

搜博主文章

最新文章

spark报错：java.nio.channels.ClosedChannelException & Couldn't connect to leader 处理

记一次Spark读取多个kudu表的优化经历

目标检测：从 RCNN 到 Faster-RCNN

CNN - 卷积神经网络卷积计算详解

CNN - 卷积神经网络输入层

分类专栏

- 机器学习 5篇
- 大数据 5篇
- 数学基础 1篇
- linux 1篇
- 深度学习 4篇

归档

2019

10月	7月	4月	3月
3篇	3篇	1篇	6篇
2月			
3篇			

热门文章

目录

r公式（泰勒公式）通俗+本质详解

地讲解一下泰勒公式是什么。

，也称泰勒展开式。是用一个函数在某点的信息，描述其附近取值的公式。如果函数足够平滑，在已知

一点的各阶导数值的情况下，泰勒公式可以利用这些导数值来做系数，构建一个多项式近似函数，求得
的邻域中的值

公式是做什么用的?

**就是用一个多项式函数去逼近一个给定的函数(即尽量使多项式函数图像拟合给定的函数图像)，注意，逼
一定是从函数图像上的某个点展开。**如果一个非常复杂函数，想求其某点的值，直接求无法实现，这时
用泰勒公式去近似的求该值，这是泰勒公式的应用之一。泰勒公式在机器学习中主要应用于梯度迭代。

****

****

的提出

$P_n(x)=a_0+a_1x+a_2x^2+\cdots+a_{n-1}x^{n-1}+a_nx^n$ 是最简单的一类初等函数。**关于多项式，由于它本身
是有限项加减法和乘法，所以在数值计算方面，多项式是人们乐于使用的工具。因此我们经常用多项式
达函数。这也是为什么泰勒公式选择多项式函数去近似表达给定的函数。**

****

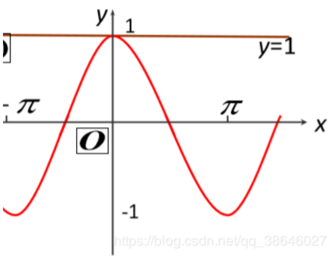
****

计算举例

已经了解到一些函数如：$\sqrt[5]{x},\lg x,\sin x,\cos x,\arctan x,\cdots$ 的一些重要性质，但是初等数学不曾
来计算它们，以 f(x) = $\cos x$ 的近似计算为例：

(线性) 逼近

近似计算公式 $f(x)\approx f(x_0)+f'(x_0)(x-x_0)$ (该式由导数/微分的极限表达公式转换得到)，对 $x_0=0$ 附近
线性逼近为： $f(x)\approx f(0)+f'(0)x$, 所以 $f(x)=\cos x\approx 1$，所以 f(x) 在 $x_0=0$ 附近的线性逼近函数 $P_1(x)$ =
图：



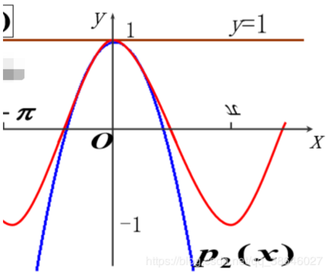
优点：形式简单，计算方便；缺点：离原点O越远，近似度越差。

逼近

二次多项式 $p_2(x)=a_0+a_1x+a_2x^2$ 逼近 $f(x)=\cos x$，我们期望：

$P_2(0)=f(0)=\cos 0=1=a_0$（即期望在 x = 0 处逼近函数和给定函数的函数值相
$P_2'(0)=f'(0)=\sin 0=0=a_1$（即期望在 x = 0 处逼近函数和给定
率相等）；
$P_2''(0)=f''(0)=-\cos 0=-1$，所以 $a_2=-\frac{1}{2}$（即
= 0 处逼近函数和给定函数的曲率相等）；

$x\approx P_2(x)=1-\frac{x^2}{2}$，如下图：



要比线性逼近好得多，但局限于 $[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$ 内，该范围外，图像明显差异很大。**为什么我们期望两个函数的函数值 、一阶导数值、二阶导数值相等？因为这些值表达了函数(图像)最基本和最主要的性质，这些即可以使得两个函数逼近(由上面函数图像可以直观地看出来)**

逼近

八次多项式 $p_8(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \cdots + a_8x^8$ 逼近 f(x) = $\cos x$，我们期望：

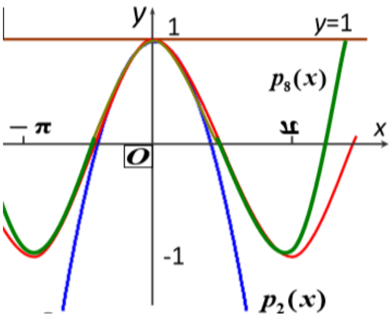
$P_8(0) = f(0)$，求出 $a_0 = 1$ （即期望在 x = 0 处逼近函数和给定函数的函数值相等

$P_8'(0) = f(0)'$，求出 $a_1 = 0$ （即期望在 x = 0 处逼近函数和给定函数

等）;

$P_8^{(8)}(0) = f^{(8)}(0)$，求出 $a_8 = \frac{1}{8!}$（即期望在 x = 0 处逼近函数和给定函数的曲率相等）;

$x \approx p_8(x) = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \frac{x^6}{6!} + \frac{x^8}{8!}$，如下图：



色图像) 比 $P_2(x)$ (蓝色图像) 更大范围内更接近余弦函数 (红色图像)

不同程度的函数逼近可以看出：**对于精确度要求较高且需要估计误差的时候，必须用高次多项式来近似，同时给出误差公式 。**

利用多项式函数去逼近给定函数的一个过程。

****

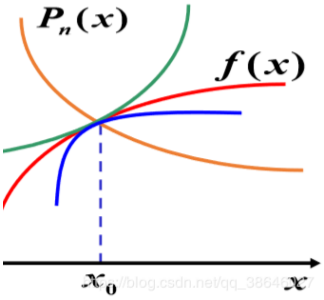
****

公式的推导

一个问题：给定一个函数 $f(x)$，要找一个在指定点 x_0 附近与 $f(x)$ 很近似的多项式函数 $P(x)$，记为：

$P_n(x) = a_0 + a_1(x-x_0) + a_2(x-x_0)^2 + \cdots + a_n(x-x_0)^n$ 使得 $f(x) \approx P_n(x)$ 并且使得两者误差 $f(x) - P_n(x)$ 可估计。所以要找的多项式应该满足什么条件，误差是什么?

看，$y = f(x)$，$y = P_n(x)$ 代表两条曲线，如下图：



x_0 附近很靠近，很明显：

求两曲线在 $(x_0, f(x_0))$ 点相交，即 $P_n(x_0) = f(x_0)$

靠得更近，还要求两曲线在 $(x_0, f(x_0))$ 点相切，(由图像可以直观看出，相交 [棕色和红色图像] 和 相
和红色图像]，两曲线在 x_0 附近的靠近情况明显差异很大，相切更接近)，即 $P_n'(x_0) = f'(x_0)$

要靠得更近，还要求曲线在 $(x_0, f(x_0))$ 点弯曲方向相同，(如上图，弯曲方向相反 [绿色和红色图像]；
相同[蓝色和红色图像]，明显在离 x_0 很远的地方，弯曲方向相同两函数的差异更小一点)，即
$= f''(x_0)$，进而可推想：若在 $(x_0, f(x_0))$ 附近有 $P_n'(x_0) = f'(x_0)$，$P_n''(x_0) = f''(x_0)$.........
$= f^n(x_0)$，近似程度越来越好。

，所要找的多项式应满足下列条件：

$$\begin{array}{lcl} = f(x_0) & P_n(x_0) = a_0 & a_0 = f(x_0) \\ = f'(x_0) & P_n'(x_0) = a_1 & a_1 = f'(x_0) \\ = f''(x_0) & P_n''(x_0) = 2!a_2 & a_2 = \frac{1}{2!} f''(x_0) \\ = f'''(x_0) & P_n'''(x_0) = 3!a_3 & \cdots\cdots \quad \cdots\cdots \\ \cdots\cdots & \cdots\cdots \quad \cdots\cdots & \\ = f^{(n)}(x_0) \Longrightarrow & P_n^{(n)}(x_0) = n!a_n \Longrightarrow & a_n = \frac{1}{n!} f^{(n)}(x_0) \end{array}$$

上面的转换时如何做的，以上面第三行的二阶导数为例：

头的转换：将 $P_n(x)$ 求二阶导函数后将 x_0 带入，求得 $P_n''(x_0) = 2!a_2$

头的转换：所以 $f''(x_0) = 2!a_2$，所以 $a_2 = \frac{1}{2!} f''(x_0)$

数 $P_n(x) = a_0 + a_1(x - x_0) + a_2(x - x_0)^2 + \cdots + a_n(x - x_0)^n$ 中的系数 a 可以全部由 $f(x)$ 表示，则得

$$p_n(x) = f(x_0) + f'(x_0)(x - x_0) + \frac{f''(x_0)}{2!}(x - x_0)^2 + \cdots + \frac{f^{(n)}(x_0)}{n!}(x - x_0)^n$$

其中误差为
$f(x) - P_n(x)$。因为是用多项式函数去无限逼近给定的函数，所以两者之间肯定存在一丢丢的误差。

****

****

公式的定义

就得到了泰勒公式的定义：

$f(x)$ 在含 x_0 的某个开区间 (a, b) 内具有直到 $(n+1)$ 阶导数，则对 $\forall x \in (a, b)$，有

$$\frac{f(x_0)}{0!} + \frac{f'(x_0)}{1!}(x - x_0) + \frac{f''(x_0)}{2!}(x - x_0)^2 + \ldots + \frac{f^{(n)}(x_0)}{n!}(x - x_0)^n + R_n(x)$$

(即误差) $R_n(x) = \frac{f^{(n+1)}(\xi)}{(n+1)!}(x - x_0)^{n+1}$，$\xi$ 在 x_0 与 x 之间。 泰勒公式的余项表达方式有好几种，前
是方法称为n阶泰勒展开式的拉格朗日余项。拉格朗日余项即是n阶泰勒公式又多展开了一阶，n变为
**，这里的余项即为误差，因为使用多项式函数在某点展开，逼近给定函数，最后肯定会有一丢丢的误
称之为余项。**

****

****

—— 麦克劳林公式

式的一种特殊情况：即当 $x_0 = 0$ 时的泰勒公式。所以将 $x_0 = 0$ 带入公式，即得：

$$(0) \over 0!} + \frac{f'(0)}{1!}x + \frac{f''(0)}{2!}x^2 + \ldots + \frac{f^{(n)}(0)}{n!}x^n + R_n(x)$$

的初等函数的带有佩亚诺余项的麦克劳林公式：

$$+ x + \frac{1}{2!}x^2 + \cdots + \frac{1}{n!}x^n + o(x^n)$$

$$x - \frac{1}{3!}x^3 + \cdots + \frac{(-1)^{m-1}}{(2m-1)!}x^{2m-1} + o(x^{2m-1})$$

$$1 - \frac{1}{2!}x^2 + \frac{1}{4!}x^4 - \cdots + \frac{(-1)^m}{(2m)!}x^{2m} + o(x^{2m})$$

$$) = x - \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{3}x^3 - \cdots + \frac{(-1)^{n-1}}{n}x^n + o(x^n)$$

项为 $(x - x_0)^n$ 的高阶无穷小： $R_n(x) = o[(x - x_0)^n]$

新手入门——高数篇(泰勒展开公式)_人工智能_C..._CSDN博客 4-25
公式:一听这么名字就感觉有点肝颤,至少我是这样的。泰勒公式主要的作用就是把一个特别复杂的函数人工智能

_php_u012587024的博客-CSDN博客 5-22
泰勒公式就是用多项式函数去逼近光滑函数。假设f(x)在x=x0x=x0x = x_0处连续可导N阶,那么(0!=1)(0!=1)(0!=1)

展开式的深刻理解 pursue_my_life的博客 1万+
知乎上的深入浅出的解释: 链接稍后补上我们先假设Taylor发明Taylor公式的原因是因为taylor想...

公式:漫画 土豆洋芋山药蛋的博客 4158
就是下面一长串啦如果我们要求函数f(x)f(x)在x=ax=a处的三阶导数: 等式左边当然是f'''(a)f^{'''}(a...

——泰勒展开式 - u013164612的专栏 - CSDN博客 12-2
到泰勒展开式的时候,我是崩溃的。泰勒公式长这样:好奇泰勒是怎么想出来的,我想,得尽量还原公式发明的过程才

_夏夜蒲扇的博客-CSDN博客_10个常见的泰勒公式 6-10
是将一个在x=x0x=x_0x=x0处具有nnn阶导数的函数f(x)f(x)f(x)利用关于(x−x0)(x-x_0)(x−x0)的nnn次多项式来逼

的展开细节解析 gdfhhj的博客 8955
我老师大神的人工智能教程!零基础,通俗易懂!http://blog.csdn.net/jiangjunshow也欢迎大家...

详解 平原的博客 7153
一句话描述:就是用多项式函数去逼近光滑函数。先来感受一下:定理:设n是一个正整数。如...

_烂笔头的专栏-CSDN博客 6-6
干繁琐的推理,从曾经学过的知识慢慢了解泰勒公式。在高等数学的课程上,高数老师出了几道运动学的习题。作

的展开细节解析_gdfhhj的博客-CSDN博客_泰勒公式 6-5
问题其实在数学上是及其容易证明的,在定量的角度,随便找出一本讲微积分或者数学分析的书都可以得到令人满

新手入门——高数篇(泰勒展开公式) CDBmax的博客 4549
公式:一听这么名字就感觉有点肝颤,至少我是这样的。泰勒公式主要的作用就是把一个特别复...

展开的细节-《三体》读后感的读后感... Netfilter,iptables/OpenVPN/TCP guard:-(1万+
了《《三体》读后思考-泰勒展开/维度打击/黑暗森林》后收到一些邮件,进一步思考了关于泰勒...

—泰勒展开式_luolyl061806的博客-CSDN博客 5-26
念不清楚,不知道泰勒公式具体是干什么的? 泰勒公式一句话描述:就是用多项式函数去逼近光滑函数。

泰勒公式 toutuo 4859
用于自身学习,如有错误,虚心求教!!!在维基百科上的解释在数学中,泰勒公式(英语:Ta...

的详细推导 baidu_38172402的博客 5013
泰勒公式是一个用函数在某点的信息描述其附近取值的公式。如果函数足够光滑的话,在已知...

积神经网络卷积计算详解 吴明磊的博客 298
：CONV Layer人的大脑在识别图片的过程中,会由不同的皮质层处理不同方面的数据,比如...

泰勒展开式,他有何用途? 风起云涌 6279
展开思想的由来(也就是学习的时候老师讲的背景)例如 sinx,conx,e^x函数,当x=2.3时,这...

——泰勒展开式 SoHardToNamed的博客 8万+
到泰勒展开式的时候,我是崩溃的。泰勒公式长这样:好奇泰勒是怎么想出来的,我想,得尽量...

序员只会写3年代码 沉默王二 6万+
上都是这种不思进取的软件公司,那别说大部分程序员只会写 3 年代码,恐怕就没有程序员这种...

更好地理解并记忆泰勒展开式? weixin_33772645的博客 50
文相关所有内容完全来自于知乎-回答-怎样更好地理解并记忆泰勒展开式?原文中前一小部分不...

starzhou的专栏 3107
编辑锁定在数学中,泰勒公式是一个用函数在某点的信息描述其附近取值的公式。如果函数足够...