4 特殊行列式

2. 关于副对角线的行列式

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1,n-1} & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2,n-1} & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{n1} & 0 & \cdots & 0 & 0 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 & \cdots & 0 & a_{1n} \\ 0 & \cdots & a_{2,n-1} & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{n1} & \cdots & a_{n,n-1} & a_{nn} \end{vmatrix} = (-1)^{\frac{n(n-1)}{2}} a_{1n} a_{2,n-1} \cdots a_{n1}$$

3. 两个特殊的拉普拉斯展开式

如果 A 和 B 分别是 m 阶和 n 阶矩阵,则

$$\begin{vmatrix} A & * \\ O & B \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} A & O \\ * & B \end{vmatrix} = |A| \cdot |B|, \begin{vmatrix} O & A \\ B & * \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} * & A \\ B & O \end{vmatrix} = (-1)^{mn} |A| \cdot |B|$$

4. 范德蒙德行列式

5.特征多项式

设
$$\mathbf{A} = [a_{ij}]$$
 是 3 阶矩阵,则 \mathbf{A} 的特征多项式
$$|\lambda \mathbf{E} - \mathbf{A}| = \lambda^3 - (a_{11} + a_{22} + a_{33})\lambda^2 + s_2\lambda - |\mathbf{A}|, (1.12)$$
 其中 $s_2 = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} a_{11} & a_{13} \\ a_{31} & a_{33} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} a_{22} & a_{23} \\ a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}.$

4 克拉默法则

1) 非齐次方程

|A|| 10 方程无解/无穷多解,即无唯一解

2) 齐次方程组

5 题型

D加州



三个爪中两个成比例

化三角



$$= \begin{vmatrix} 1+x & 1 & 1 & 1 \\ -x & -x & 0 & 0 \\ -x & 0 & y & 0 \\ -x & 0 & 0 & -y \end{vmatrix}$$

$$= -xy^{2} \begin{vmatrix} 1+x & 1 & 1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ \hline y & 0 & -1 & 0 & 0 \\ \hline -\frac{x}{y} & 0 & 0 & -1 & 0 \end{vmatrix}$$

$$D = \begin{vmatrix} 1+x & 1 & 1 & 1 & 1 \\ -x & -x & 0 & 0 \\ -x & 0 & y & 0 \\ -x & 0 & 0 & -y \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} x & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & -x & 0 & 0 \\ -x & 0 & y & 0 \\ -x & 0 & 0 & -y \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} x+\frac{x}{y} & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & -x & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & y & 0 \\ -x & 0 & 0 & -y \end{vmatrix}$$

$$= \begin{vmatrix} x & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & -x & 0 & 0 \\ 0 & 0 & y & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -y \end{vmatrix} = x^{2}y^{3}.$$

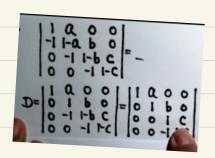
用斜介消子介 先列后行作变换

$$D = \begin{vmatrix} a+x & a & a & a \\ -x & x & 0 & 0 \\ 0 & -x & x & 0 \\ 0 & 0 & -x & x \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 4a+x & a & a & a \\ 0 & x & 0 & 0 \\ 0 & -x & x & 0 \\ 0 & 0 & -x & x \end{vmatrix} = (4a+x) \begin{vmatrix} x & 0 & 0 \\ -x & x & 0 \\ 0 & -x & x \end{vmatrix}$$

日加二新兴州八大

①配相如

田林市为(知明林中华)



A均为N阶矩阵 五 方阵 (nxn矩阵) 的行列式 转置矩阵 1. A松车驾车件 AT | - LA] 提出常数 2、 | KA|= K | A| 行列式可拆性 3, AB的见内所交别 IABI = IAIIBI (IAI) = IAI2) (A+161 = IAI+1B) 伴随矩阵 4, |A*| = |A|^m| = |A|A⁻| AAX = AXA= IAIE 5 A加斯克英斯 |A-1|2 |A|-1 可逆矩阵 |A*A | = |AIE| AAT = |AAT |= E =1 IAINX = IAMIEI \$0 b A-n所 特征梅人,人、入n 特证值 A* = |A|" 14]=T入 (辖北海湖) 相似矩阵 7 ABMM IALIBI 电多 P'AP=B | P'AP=|B| = 181 | 1P | A | = 14 = 151

注① | Ath | = IAI H 满处游级矩阵 ATB

2 KIAI=IKAI = KIAI